

Unité 8 : La multiplication et la division par 3 et 4

Appréhender la relation réciproque entre la multiplication et la division à travers l'étude d'une nouvelle sorte de famille de nombres. Résoudre des problèmes.

● Introduction

Dans cette unité, les élèves poursuivent leur apprentissage de la multiplication et de la division et construisent deux tables supplémentaires. L'étude de la multiplication et de la division par 3 et par 4 suit la même progression que celle adoptée dans l'unité 5 : les élèves comptent de n en n pour multiplier par n , construisent la table de multiplication par n , puis l'utilisent pour diviser par n . Ce travail systématique leur permet de comprendre que, si les faits numériques sont différents, les propriétés de la multiplication et de la division par 3 ou 4 sont les mêmes que celles déjà vues pour la multiplication et la division par 2, 5 et 10. La répétition de cette progression commune adoptée pour chacune des tables permet aux élèves de comprendre intuitivement que ces propriétés sont valables d'une façon générale, au-delà des cas particuliers étudiés.

● Les tables de multiplication

Avec l'étude de cette unité, les élèves auront répété cinq fois le processus : « Compter de n en n à partir de 0 me permet de construire la table de multiplication par n . » Cette répétitivité, nécessaire à un bon apprentissage, ne doit cependant pas devenir lassante. Aussi, les activités des séances 78 et 81 sont plus originales et permettent aux élèves de découvrir de façon ludique de vraies propriétés arithmétiques. Ces activités pourront être reprises avec profit au CE2 lors de l'apprentissage de la division euclidienne avec reste.

Également, la manipulation doit autant que nécessaire accompagner calculs et problèmes. Nous avons fait ici le choix des jetons, afin de varier les représentations, mais les cubes multidirectionnels ont aussi leur avantage dans l'apprentissage de la multiplication et de la division. Ainsi, on peut transformer un train représentant 2×6 (lignes x colonnes) en un train représentant 6×2 (lignes x colonnes) simplement en le tournant. Pensez-y notamment en remédiation !

Les tables de 3 et de 4 sont généralement moins simples à mémoriser que celles de 2, 5 et 10, et leur apprentissage nécessite plus d'entraînement. Saisissez toutes les occasions possibles pour les utiliser dans la vie quotidienne de la classe : comptez le nombre de groupes si les élèves se rassemblent par quatre, comptez le nombre d'objets nécessaires si vous en distribuez trois à chaque élève, etc. Les élèves seront

plus motivés s'ils constatent que les mathématiques sont utiles que s'ils pensent qu'il s'agit d'une activité purement scolaire.

● Les familles de nombres

En CP, les élèves ont étudié une première sorte de famille de nombres : les familles additives, fondées sur le caractère réciproque des opérations d'addition et de soustraction. Ici, ils découvrent une nouvelle sorte de famille de nombres : les familles multiplicatives, fondées sur le caractère réciproque des opérations de multiplication et de division. Partant d'un nombre quelconque, si on le multiplie par un nombre n non nul et qu'on le divise ensuite par n , on revient au nombre de départ : $(7 \times 4) \div 4 = 7$. De même, $(7 \div 4) \times 4 = 7$. Quand ils auront étudié les fractions, les élèves apprendront que diviser par n , c'est multiplier par son inverse $\frac{1}{n}$ et toute division sera interprétée comme étant une multiplication : $5 \div 3 = 5 \times \frac{1}{3}$. C'est pour préparer le terrain en vue de ces futurs apprentissages qu'il est important que les élèves acquièrent, dès le CE1, une bonne compréhension du sens de la division en lien avec celui de la multiplication.

● Les problèmes

La résolution de problèmes est l'occasion idéale de travailler à la fois sur le sens des opérations et sur le calcul. Cette activité répond à un triple objectif : renforcer la compréhension du lien entre la multiplication et la division, utiliser les tables pour la pratique du calcul, mettre en place des automatismes de calcul fondés sur la compréhension. Lorsque les élèves sont suffisamment à l'aise avec la multiplication et la division, vous pouvez proposer de temps en temps une séance de résolution de problèmes dans laquelle interviennent les quatre opérations : cela entretiendra leurs acquis et renforcera leur habileté en compréhension et en calcul.

● Difficultés générales d'apprentissage

- Ne pas étendre de façon erronée la commutativité de la multiplication à la division.
- Établir la réciprocity de la multiplication et de la division, à la fois par la manipulation (dimension concrète) et le calcul (dimension abstraite).
- Mémoriser les faits multiplicatifs.
- Savoir naviguer efficacement dans les tables.

Objectifs Associer le fait de compter de trois en trois à la multiplication par 3.

Compétence du programme 2016 : Mémoriser des faits numériques multiplicatifs.

Calcul mental

Additionner sur la bande numérique

Affichez une bande numérique. Pointez 17 et demandez aux élèves de calculer de tête $17 + 8$. Montrez que le « saut » de 8 peut facilement se décomposer en deux sauts, de 3 puis de 5 ($17 + 8 = 17 + 3 + 5$). Passez à $17 + 18$, $17 + 28$, $17 + 38$, etc. Reprenez le processus avec d'autres sommes.

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Exploration de l'illustration pleine page	20 min	Collectif
2 Étude des pages 7 et 8 du fichier 2	20 min	Collectif
3 Pratique autonome	20 min	Individuel
Fichier 2 : pp. 6-8 Fichier photocopiable : pp. 132-133 Annexes : 8-1 « Bande numérique de 3 en 3 », 8-4 « Bande numérique de 0 à 30 »	Matériel pédagogique : ardoises, jetons	

1 Exploration de l'illustration pleine page

Demandez aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 6** et projetez la page au tableau. Commencez par échanger sur le lieu où se déroule cette scène : « Où sont Alice, Maël, Idris et Adèle ? », « Que font-ils ? », « Qui est le monsieur à côté d'Alice ? » Demandez aux enfants s'ils vont souvent dans ce type de magasin (une librairie-papeterie) et interrogez-les sur ce qu'on y trouve : des magazines, des livres, des grandes affiches (comme la table de 10 au fond du magasin) ou encore des articles de papeterie. Lisez le phylactère d'Alice ainsi que celui du vendeur. Interrogez : « Comment a-t-il obtenu la réponse ? » Si les élèves évoquent l'addition, incitez-les à penser à la multiplication en leur demandant s'il n'y a pas un autre moyen de calculer ce que coûtent 2 paquets d'autocollants. Demandez combien Alice devra payer si elle achète 5 paquets ou 10 paquets. Observez ensuite les deux garçons. Lisez les deux phylactères et demandez comment Idris a fait pour répondre correctement à Maël. Vous pouvez également demander combien Maël devra acheter de paquets s'il veut 30 autocollants, ou 45, ou encore d'autres nombres de la table de 5. Lisez enfin le phylactère d'Adèle et demandez aux élèves quelle réponse ils lui feraient. Soulignez le fait que les autres personnages utilisent des opérations mathématiques : grâce à une multiplication, le vendeur dit à Alice combien elle va devoir payer et grâce à une division, Idris aide Maël à trouver le nombre de paquets d'autocollants qu'il doit acheter. Les mathématiques sont donc très utiles dans la vie de tous les jours !

2 Étude des pages 7 et 8 du fichier 2

Demandez aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 7** et projetez la page au tableau. Dessinez la **bande numérique de 3 en 3**. Pointez la première rangée d'enfants dans le bus, tout en disant à voix haute « 1 rangée de 3 » et en montrant un saut sur la **bande numérique** dessinée

au tableau, pour laquelle vous rappellerez la signification de chaque « petit trait ».

Demandez aux élèves d'en faire autant sur leur fichier : ils posent un doigt de la main gauche sur la première rangée du bus tout en faisant un saut sur la bande numérique avec un doigt de la main droite. Procédez de la même façon pour les deux autres rangées. Compter en associant concrètement chaque nouvelle rangée à un saut sur la bande numérique renforce la compréhension du fait que compter de 3 en 3, c'est compter des groupes de 3. Ainsi, 3 groupes de 3 enfants font 9 enfants. Faites compléter la première case réponse, puis procédez de la même façon pour la seconde partie de l'encadré. Lorsque vous avez terminé, demandez : « Comment aurait-on pu calculer plus rapidement la seconde réponse ? » puis, si nécessaire : « Comment peut-on utiliser le premier calcul pour effectuer plus rapidement le second ? » Faites remarquer que l'on vient de compter 9 enfants sur les 3 premières rangées du bus et qu'il suffit d'ajouter 3 pour compter le nombre d'enfants sur les 4 rangées : 4×3 , c'est 3 de plus que 3×3 ; il n'est donc pas nécessaire de repartir de 0 pour effectuer le calcul. Faites ensuite compléter les exercices de la page 8. Pour l'exercice 2, vous pouvez aligner seize élèves tenant une ardoise ou une feuille comportant chacune un numéro de 0 à 15 pour la question a), puis de 15 à 30 pour la question b). Demandez à un élève sur trois en partant de 0 de dire son nombre à voix haute tandis que vous complétez au tableau une bande numérique de 3 en 3. Procédez de façon analogue pour la question b). Quand les élèves ont complété les cases, faites observer les deux bandes numériques (celle de l'exercice 1 page 8 du fichier et celle que vous avez tracée au tableau) et demandez : « Que représentent les petits traits ? »

3 Pratique autonome

Faites travailler les élèves individuellement sur les pages 132 et 133 du fichier photocopiable. Quand ils ont terminé l'exercice 1, faites-leur remarquer qu'entre deux cases coloriées du a) il y a toujours deux cases non coloriées, et que pour répondre à b), il suffit de regarder chaque case colorée. Donnez-leur une bande numérique de 3 en 3 (annexe 8-1), et faites le lien entre les cases blanches de l'exercice et les petits traits de la bande numérique. Les élèves visualiseront ainsi une propriété qu'ils énonceront plus tard en ces termes : entre deux multiples de 3 successifs, il y a deux entiers non multiples de 3. L'exercice 4 est plus abstrait, puisque les élèves ne peuvent s'appuyer sur aucune illustration. Encouragez-les à utiliser la bande numérique en y effectuant le nombre de sauts nécessaires.

Différenciation

Soutien : Donnez aux élèves qui ont des difficultés des jetons pour recouvrir chaque case d'une bande numérique complète de 0 à 30 (annexe 8-4). Faites compter de 3 en 3 à partir de 0 en découvrant, à chaque multiple de 3, la case correspondante.

Approfondissement : Faites compter de 3 en 3 à rebours à partir de 30.

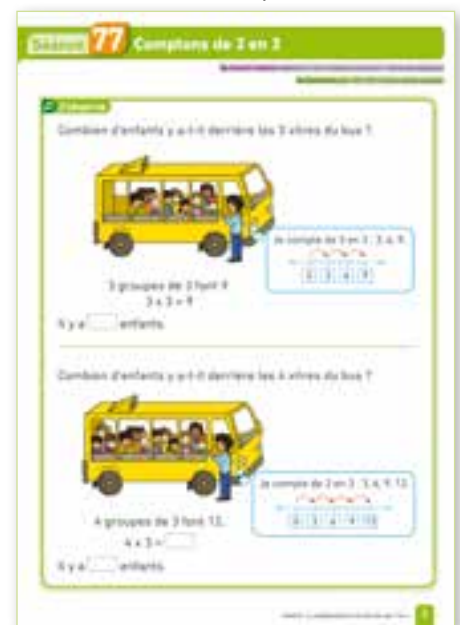
Synthèse de la séance

- Je sais compter de 3 en 3.
- Je sais que compter de 3 en 3 me permet de multiplier par 3.

Fichier 2 p. 6



Fichier 2 p. 7



Fichier 2 p. 8



Séance 78 Multiplions : la table de 3

Objectifs Comprendre et mémoriser la table de multiplication par 3.

Compétence du programme 2016 : Mémoriser des faits numériques multiplicatifs.

Calcul mental

Additionner les unités

Faites calculer une somme dans laquelle les unités ne donnent pas de retenue, comme $7 + 22$. Faites-en déduire $17 + 22$, $37 + 22$, etc. Passez à $3 + 47$ (la somme des unités fait 10) et faites-en déduire $13 + 47$, $43 + 47$, etc. Terminez avec $6 + 18$ (la somme des unités fait 14) et faites-en déduire $16 + 18$, $46 + 18$, etc.

De 3 en 3

Lorsque l'on compte de 3 en 3 à partir de 0, on obtient successivement 0, 3, 6, 9, etc. On obtient tous les multiples de 3, c'est-à-dire tous les nombres qui s'écrivent $3n$, où n est un entier naturel : ce sont tous les nombres dont le reste dans la division euclidienne par 3 vaut 0.

Si l'on compte de 3 en 3 à partir de 1, on obtient 1, 4, 7, 10, etc. c'est-à-dire tous les nombres égaux à un multiple de 3 + 1 et qui s'écrivent $3n + 1$, où n est un entier naturel : ce sont tous les nombres dont le reste dans la division euclidienne par 3 vaut 1.

À partir de 2, on obtient tous les nombres qui s'écrivent $3n + 2$, où n est un entier naturel : ce sont tous les nombres dont le reste dans la division euclidienne par 3 vaut 2.

Lorsque l'on compte à partir de 0 (ou à partir d'un autre multiple de 3), les restes successifs dans la division euclidienne par 3 des nombres comptés sont : 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, etc. C'est ce phénomène cyclique, très important en arithmétique, que les élèves découvrent grâce à l'activité « Sur un triangle ».

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Étude de la page 9 du fichier 2	20 min	En binôme puis collectif
2 Sur un triangle	20 min	Collectif
3 Pratique autonome	20 min	Individuel
Fichier 2 : p. 9 Fichier photocopiable : pp. 134-138 Annexes : 8-2 « Triangle à compléter », 8-1 « Bande numérique de 3 en 3 », 8-7 « Cartes-nombres de 0 à 10 »		Matériel pédagogique : 30 jetons par binôme, 30 jetons magnétiques
Vocabulaire : table de 3		

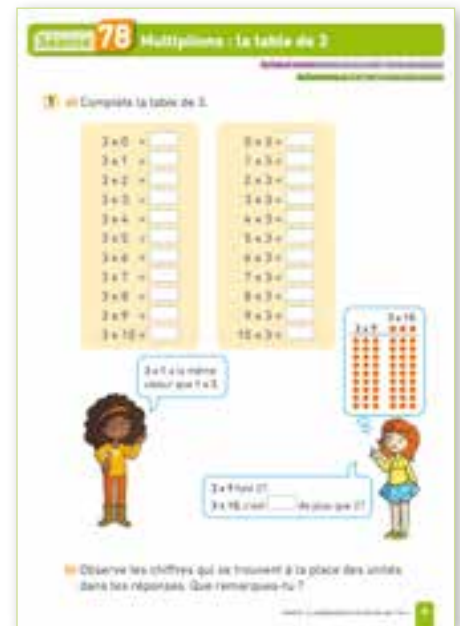
1 Étude de la page 9 du fichier 2

Les élèves travaillent en binôme, fichiers fermés. Chaque binôme reçoit **30 jetons**. Placez au tableau **12 jetons magnétiques** dans le désordre. Comptez-les avec la classe : 1 jeton, 2 jetons, ..., 12 jetons. Regroupez-les par 3, puis demandez à nouveau de les compter : 0 jeton, 3 jetons, 6 jetons, ..., 12 jetons. Placez-les en 3 lignes de 4 jetons chacune et demandez quelle opération est ainsi représentée (3×4). Demandez : « Combien font 3×4 ? » (12, puisque les 12 jetons ont été utilisés). Placez ces mêmes jetons en 4 lignes de 3 et procédez de la même façon : on retrouve $4 \times 3 = 12$. Ajoutez une ligne de jetons en disant : « J'ajoute 3 jetons. » Demandez quelle opération est représentée (c'est 5×3). Dites : « 5×3 , c'est donc 3 de plus que 4×3 . » Demandez alors aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 9** et projetez la page au tableau. Remplissez la table en commençant par les résultats que les élèves connaissent : 3×4 et 4×3 viennent d'être calculés, ainsi que 5×3 et 3×5 , qui a la même valeur que 5×3 . Représentez 6×3 au tableau en ajoutant une ligne de 3 jetons à celles qui sont déjà présentes pour faire calculer cette opération et compléter les tables de 3. Repartez ensuite de 4 lignes de 3 jetons (4×3), puis enlevez une ligne en disant : « J'enlève 3 jetons, combien y a-t-il de jetons ? » et calculez 3×3 . Demandez aux élèves de poursuivre et d'utiliser leurs jetons pour construire ainsi toute la table de 3. Insistez sur le fait qu'on passe d'une ligne à la suivante en ajoutant 3, et qu'on passe à la ligne précédente en retranchant 3 : comme pour les tables déjà étudiées, cette propriété permet de retrouver un résultat oublié à partir d'une valeur connue. Lisez le phylactère d'Adèle et rappelez que sa remarque est valable pour tous les nombres. Faites compléter le phylactère d'Alice et soulignez que sa remarque peut aussi se lire en sens inverse : 3×9 , c'est 3 de moins que 3×10 . Pour la **question b)**, faites remarquer que les chiffres des

unités des résultats de la table de 3 varient de 0 à 10 et qu'ils sont alternativement pairs et impairs.

2 Sur un triangle

Chaque élève reçoit une copie du **triangle à compléter (annexe 8-2)**. Tracez ce même triangle au tableau, et complétez-le en même temps que la classe. Demandez aux élèves de compter de 0 à 30 et écrivez les nombres au fur et à mesure à côté des sommets en tournant autour du triangle. Commencez à compter en chœur avec la classe pour montrer comment procéder (écrivez 0 à côté d'un sommet, 1 à côté du suivant, 2 sur le dernier et revenez au premier pour écrire 3, etc.) puis, lorsqu'ils ont compris, laissez les élèves terminer. Veillez à ce que tous tournent dans le même sens (donnez un sens dès le départ). Pointez le sommet où se trouve le nombre 0 et demandez : « Que peut-on dire des nombres qui se trouvent à côté de ce sommet ? » puis « Pourquoi ? » Écoutez et commentez les réponses des élèves puis expliquez que pour passer d'un nombre à l'autre, vous avez compté de 3 en 3 à partir de 0 : vous avez obtenu les résultats de la table de 3. Vous pouvez faire remarquer qu'au sommet suivant vous avez tous ces nombres + 1 et au troisième sommet, ces mêmes nombres + 2.



3 Pratique autonome

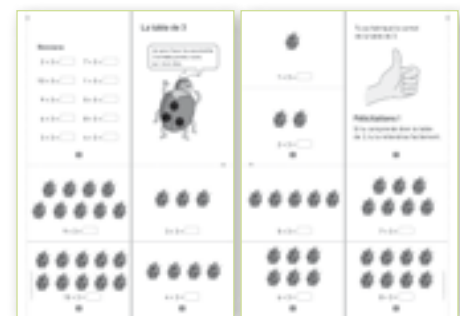
Faites travailler les élèves individuellement sur les **pages 134 et 135 du fichier photocopiable**. Les deux exercices vont aider les élèves à mémoriser la table de 3 et utilisent la propriété « $3 \times (n + 1) = 3 \times n + 3$ ». Proposez aux élèves à l'aise de remplir les réponses de l'**exercice 2** en ordre inverse. S'ils butent sur le dernier calcul « 9×3 », aidez-les en demandant de quel résultat connu ils pourraient s'aider pour démarrer ($10 \times 3 = 30$). Pour toute la classe, insistez sur le fait que l'on passe d'un résultat à l'autre en ajoutant 3 et que si l'on regarde en sens inverse, on passe d'un résultat à l'autre en retranchant 3.

Différenciation

Soutien : Encouragez les élèves qui ont du mal à compter de trois en trois à dire tous les nombres, mais un sur trois à voix haute et les deux autres en chuchotant.

Approfondissement : Demandez de compter de trois en trois à partir d'autres nombres que 0 : 6, 15, 21, etc.

Table de 3



La fabrication du petit livret de la table de multiplication par 3, **pages 137 et 138 du fichier photocopiable**, peut se faire en dehors de la séance de mathématiques. Quand les élèves auront construit leur table, laissez-les jouer régulièrement avec, seul ou à deux, chacun interrogeant l'autre, ou encore vérifier les résultats de leurs calculs. Plus les élèves l'utiliseront, mieux ils en retiendront les résultats.

Activité optionnelle	Synthèse de la séance
<p>Jeu de la table de 3</p> <p>Les élèves reçoivent chacun une bande numérique de 3 en 3 (annexe 8-1) et onze cartes-nombres de 0 à 10 (annexe 8-7). Ils se groupent par trois ou quatre et mélangent leurs cartes. Chaque joueur à tour de rôle tire une carte, calcule 3 fois le nombre tiré et place un jeton sur la case correspondante de sa bande numérique (si elle n'est pas déjà couverte). Le premier joueur qui remplit toutes ses cases gagne.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Je sais construire la table de 3. • Je sais retrouver un résultat que je ne connais pas à partir d'un résultat que je connais. • Je sais que les résultats de la table de 3 sont alternativement pairs puis impairs.

Objectifs Utiliser la table de 3 pour diviser par 3.

Compétence du programme 2016 : Mémoriser des faits numériques.

Calcul mental

Diviser par 2

Le partage équitable en 2 parties est une autre approche du travail sur les moitiés. « J'ai 14 pommes, je les répartis en 2 groupes de même nombre. Combien de pommes y a-t-il dans chaque groupe ? »

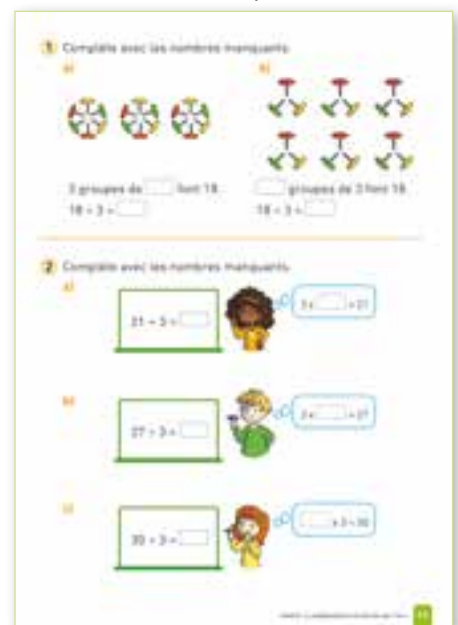
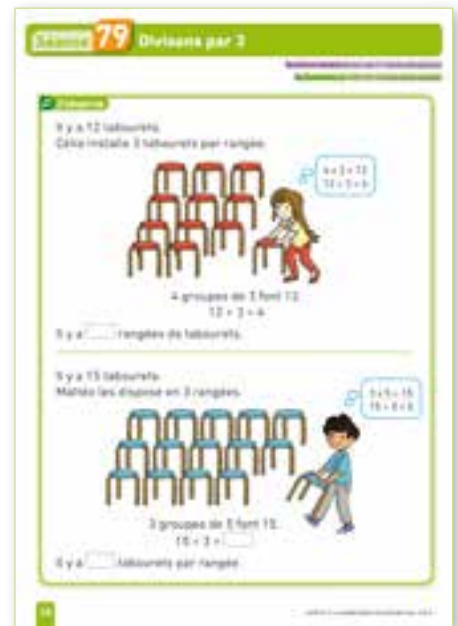
DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Partage de cubes	20 min	En groupe puis collectif
2 Étude des pages 10 et 11 du fichier 2	20 min	Collectif puis individuel
3 Pratique autonome	20 min	Individuel
Fichier 2 : pp. 10-11 Fichier photocopiable : pp. 139-141	Matériel pédagogique : cubes multidirectionnels, jetons	
Vocabulaire : équitablement		

Note : Projetez, affichez ou écrivez au tableau la **table de multiplication par 3** de la page 9 du fichier 2.

1 Partage de cubes

Formez des groupes de 3 élèves, chaque groupe recevant **15 cubes**. Demandez aux élèves de se répartir les cubes équitablement. Demandez : « Combien de cubes chaque élève reçoit-il ? » puis « Comment pouvait-on le savoir avant de procéder à la distribution ? » Montrez un groupe d'enfants et demandez : « Quelle multiplication nous permet de retrouver le nombre total de cubes ? » ($3 \times 5 = 15$), puis faites le lien avec la division $15 \div 3 = 5$. Dites ensuite à chaque groupe de remettre les cubes en commun et donnez **3 cubes supplémentaires**. Dites aux élèves qu'ils vont à nouveau se répartir les cubes équitablement, mais avant qu'ils ne procèdent à la répartition, demandez : « Comment peut-on prévoir le nombre de cubes que chacun d'entre vous va recevoir ? » Les élèves vont peut-être utiliser la table de 3 et la multiplication $3 \times 6 = 18$ pour en déduire $18 \div 3 = 6$. Approuvez cette démarche mais amenez-les à utiliser la division précédente ($15 \div 3 = 5$) pour obtenir le résultat de la division $18 \div 3$. Montrez concrètement à l'aide des cubes d'un groupe que, une fois les 15 premiers cubes répartis, répartir les 3 cubes supplémentaires (donc $15 + 3 = 18$) revient à donner à chacun un cube supplémentaire (donc chaque enfant a $5 + 1 = 6$ cubes). Procédez de la même façon en enlevant **3 cubes** des 15 cubes à répartir initialement : chaque élève recevra un cube de moins. Vous pouvez poursuivre, toujours en repartant de **15 cubes**, en ajoutant ou enlevant 6 cubes : les élèves reçoivent 2 cubes de plus ou de moins. Terminez en ajoutant 1 ou 2 cubes aux 15 cubes de départ et observez ce que font et disent les élèves. Il n'est pas possible de partager équitablement 16 ou 17 cubes entre 3 enfants parce que 16 et 17 ne sont pas des résultats de la table de 3. Ne dites pas que l'on ne peut pas diviser 16 ou 17 par 3 (voir séances 57 et 60 de l'unité 5), c'est simplement que les enfants ne l'ont pas encore appris.



2 Étude des pages 10 et 11 du fichier 2

Prenez **12 chaises** et demandez à des volontaires de les placer en rangées de 3. Afin d'aider les élèves à voir le lien entre la division par 3 et la multiplication par 3, demandez : « Quand vous avez placé les 12 chaises en rangées de 3, combien de rangées avez-vous obtenu ? » puis : « Regardez les 4 rangées de chaises. Quelle multiplication peut-on utiliser pour retrouver le nombre total de chaises ? » et enfin, soulignez : « Quand on veut diviser un nombre par 3, on peut s'aider de la table de 3. » Demandez aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 10** et projetez la page au tableau. Lisez le phylactère de Célia et faites le lien avec l'action concrète et les calculs que les élèves viennent de faire. Prenez maintenant **15 chaises**, et faites jouer aux élèves le scénario du bas de la page. Assurez-vous qu'ils associent ce qu'ils font avec les chaises et les égalités qui sont écrites. Chaque partie du scénario doit être simultanément représentée par une action (avec les chaises), une image (sur le fichier) et symboliquement (les égalités mathématiques) pour bien exploiter l'approche « concrète-imagée-abstraite » qui aide les élèves à acquérir une pensée abstraite. Faites compléter individuellement les **exercices de la page 11**. Notez la progression : dans l'**exercice 1**, la multiplication vient avant la division qui s'en déduit, alors que dans l'**exercice 2**, elle vient après, en justification.

3 Pratique autonome

Faites travailler les élèves individuellement sur les **pages 139 à 141 du fichier photocopiable**. Dans l'**exercice 3**, les divisions $3 \div 3$, $21 \div 3$ et $27 \div 3$ doivent être complétées avant le rappel des multiplications correspondantes. Proposez aux élèves qui ont des difficultés de compléter d'abord la multiplication en se référant à la table de 3 affichée: en confortant leur connaissance de la table de 3, ils deviendront petit à petit capables de diviser directement. Notez le passage vers l'abstraction : il y a dans l'**exercice 1** des objets familiers, dans l'**exercice 2** des cubes, qui évoluent vers une représentation en barres dans l'**exercice 3**, puis aucune illustration dans les **questions c) à e)**. Proposez aux élèves qui en éprouvent encore le besoin de représenter par un dessin les opérations données ou de les concrétiser à l'aide de **cubes multidirectionnels**. À ceux qui travaillent vite, vous pouvez proposer d'écrire toute la table de 3 sous forme de divisions.

Différenciation

Soutien : Proposez aux élèves qui ont du mal à diviser ou qui utilisent « mécaniquement » la table de 3 sans comprendre le sens de la division d'utiliser pour chaque situation rencontrée des objets simples (**cubes, jetons**) à l'aide desquels ils concrétiseront l'opération demandée.

Approfondissement : Proposez d'effectuer des divisions telles que $90 \div 3$ (9 dizaines $\div 3 = 3$ dizaines) ou $900 \div 3$ (9 centaines $\div 3 = 3$ centaines).

Synthèse de la séance

- Je sais faire le lien entre la multiplication par 3 et la division par 3.
- Je sais utiliser la table de 3 pour diviser par 3.

Objectifs Associer le fait de compter de quatre en quatre à la multiplication par 4.

Compétence du programme 2016 : Mémoriser des faits numériques multiplicatifs.

Calcul mental

Maths et dominos

Montrez un domino pris au hasard (excluez le 6/6). Demandez le produit des deux nombres.

Variante 1 : Demandez de trouver un domino pour lequel le produit des deux nombres vaut 12 (3/4 ou 2/6). Recommencez avec d'autres nombres.

Variante 2 : Demandez de trouver deux dominos pour lesquels la somme des produits des deux nombres donne 34 (4/6 et 2/5 car $24 + 10 = 34$).

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 De 2 en 2 et de 4 en 4	15 min	Collectif
2 Étude des pages 12 et 13 du fichier 2	30 min	Collectif puis individuel
3 Pratique autonome	15 min	Individuel
Fichier 2 : pp. 12-13 Fichier photocopiable : pp. 142-143 Annexes : 8-3 « Bande numérique de 4 en 4 », 8-4 « Bande numérique de 0 à 40 »	Matériel pédagogique : feuilles de papier, équipement permettant de prendre une photo numérique et de la projeter immédiatement, 12 livres, jetons magnétiques, jetons	

De n en n

Lorsque l'on compte de n en n à partir de 0, on obtient successivement 0, n , $2n$, $3n$, etc. On obtient tous les multiples de n , c'est-à-dire tous les nombres qui s'écrivent $k \times n$, où k est un entier naturel. Entre deux multiples consécutifs de n se trouvent des nombres non multiples de n : ils sont matérialisés sur la bande numérique par les petits traits que les élèves ont observés dans l'unité 5 pour $n = 2$ puis 5 puis 10 et dans cette unité pour $n = 3$ puis 4.

Les élèves découvrent ainsi, à travers les exemples de la multiplication par 2, 5, 10, 3 et 4, une propriété générale : entre deux multiples consécutifs d'un nombre n se trouvent $n-1$ nombres non multiples de n . Ce sont les nombres que l'on « saute » en comptant de n en n .

1 De 2 en 2 et de 4 en 4

Alignez vingt et un élèves tenant chacun devant lui une **feuille numérotée de 0 à 20**, dans l'ordre. Les autres élèves jouent le rôle d'observateurs attentifs. Comptez à voix haute avec la classe de 0 à 20 et demandez à un élève sur deux, à partir de 0, de faire un pas en avant. Faites observer et demandez aux élèves ce que l'on voit : les nombres mis en avant sont les nombres pairs, ce sont les résultats de la table de 2. Soulignez le fait qu'entre deux élèves avancés, il y a toujours un élève. Faites le lien avec la propriété que les élèves connaissent : entre deux nombres pairs consécutifs, il y a un nombre impair. Laissez les élèves dans la position dans laquelle ils sont et redémarrez le comptage à voix haute, à partir de 0. Demandez, cette fois-ci, à un élève sur quatre, de faire un pas en avant. Faites observer et demandez aux élèves ce que l'on voit : un nombre pair sur deux est mis en avant. Si votre équipement le permet, prenez une photo numérique que vous pourrez projeter sur écran. Puis recommencez avec vingt et un élèves présentant devant eux des **feuilles numérotées de 20 à 40**. Projetez les deux photos l'une à côté de l'autre.

2 Étude des pages 12 et 13 du fichier 2

Installez, puis montrez aux élèves **3 piles de 4 livres chacune** et demandez : « Combien y a-t-il de piles de livres ? Combien de livres y a-t-il dans chaque pile ? » puis « Comptons ensemble : combien y a-t-il de livres en tout ? Quelle opération nous permet de le savoir ? » Demandez à un élève volontaire d'écrire l'opération au tableau : 3×4 . Demandez aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 12** et projetez la page au tableau. Observez la situation du haut de l'encadré. Lisez le phylactère d'Adèle et montrez comment les 3 sauts sur la bande numérique permettent le calcul du produit 3×4 .

Faites observer la bande numérique et demandez aux élèves : « Que représentent les petits traits ? » (Ils représentent les nombres que l'on « saute » quand on compte de 4 en 4. Ils n'ont pas disparu, ils sont toujours sur la bande numérique, mais on n'a pas représenté leur case car en comptant de 4 en 4 à partir de 0, on ne les nomme pas). Faites le lien avec les photos prises lors de la mise en contexte et les trois élèves en retrait entre deux élèves qui ont avancé. Passez à la seconde partie de l'encadré. Cette fois-ci, représentez les livres par des **jetons magnétiques** que vous disposez en 5 rangées de 4. Faites compter les élèves sur la bande numérique d'Idris. Demandez-leur de suivre chaque saut avec leur index tout en disant : « Un groupe de 4 fait 4, deux groupes de 4 font 8, ..., cinq groupes de 4 font 20. » Faites compléter individuellement les **exercices de la page 13**. Dans l'**exercice 1**, les élèves qui le souhaitent peuvent tracer les flèches au-dessus de la bande numérique pour matérialiser le décompte de 4 en 4. Lorsque les élèves ont complété l'**exercice 2**, faites-leur comparer ce qu'ils ont écrit avec les photos prises précédemment.

3 Pratique autonome

Faites travailler les élèves individuellement sur les **pages 142 et 143 du fichier photocopiable**. Quand ils ont terminé l'**exercice 1**, faites-leur remarquer que l'on voit bien que, entre deux pierres colorées, il y a toujours trois pierres blanches. Donnez-leur une **bande numérique de 4 en 4 (annexe 8-3)**, et faites le lien entre les pierres blanches de l'exercice et les petits traits de la bande numérique. Les élèves visualiseront ainsi une propriété qu'ils énonceront plus tard en ces termes : entre deux multiples de 4 successifs, il y a 3 (soit 4 moins 1) entiers non multiples de 4. Les **exercices 2 et 3** font le lien entre le comptage sur la frise numérique et la table de 4, qui sera l'objet de la séance suivante.

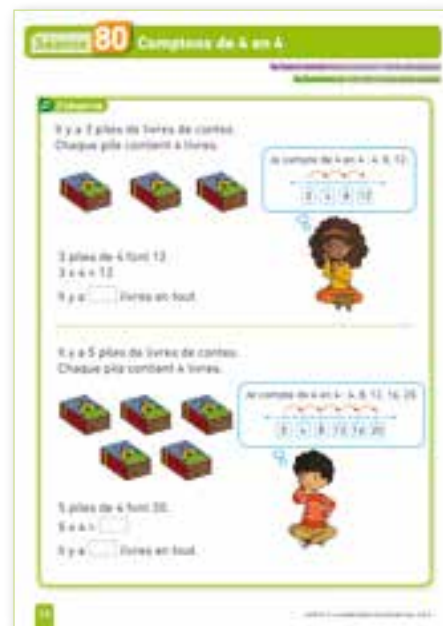
Différenciation

Soutien : Donnez **40 jetons** aux élèves en difficulté afin qu'ils recouvrent les cases d'une **bande numérique complète de 0 à 40 (annexe 8-4)**. Faites compter de 4 en 4 à partir de 0 en découvrant les cases correspondantes.

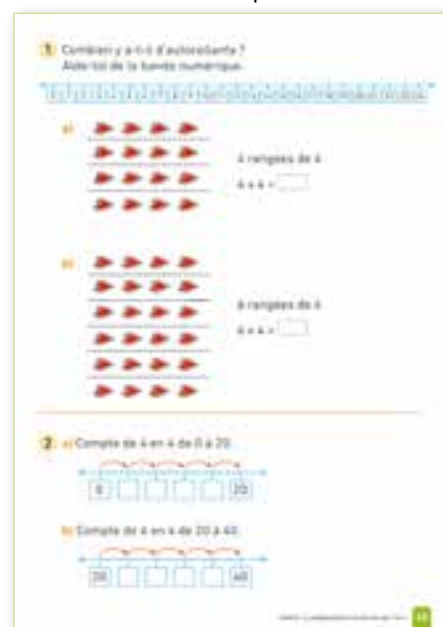
Approfondissement : Faites compter les élèves avancés de 4 en 4 à rebours.

Activité optionnelle	Synthèse de la séance
<p>Doubles de doubles</p> <p>Demandez aux élèves de calculer le double de 3, puis de calculer le double du nombre obtenu. Faites-leur comparer le résultat obtenu avec 4×3. Recommencez avec d'autres nombres.</p> <p>Les élèves peuvent s'aider de jetons ou de bandes numériques pour effectuer leurs calculs.</p> <p>Faites-leur formaliser la conclusion : calculer le double d'un double (soit multiplier 2 fois par 2) revient à multiplier par 4.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Je sais compter de 4 en 4. • Je sais que compter de 4 en 4 me permet de multiplier par 4.

Fichier 2 p. 12



Fichier 2 p. 13



Séance 81 Multiplions : la table de 4

Objectifs Comprendre et mémoriser la table de multiplication par 4.

Compétence du programme 2016 : Mémoriser des faits numériques multiplicatifs.

Calcul mental

Les moitiés

Révisez les moitiés des nombres pairs à un chiffre et comment s'en déduisent celles de 20, 40...

Passez aux moitiés de 200, 400, 600, 800 et 1 000. (Pour 1 000, la moitié de 10 centaines, c'est 5 centaines.)

Faites calculer les moitiés de 10, 30, 50... puis faites déduire celles de 100, 300, 500...

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

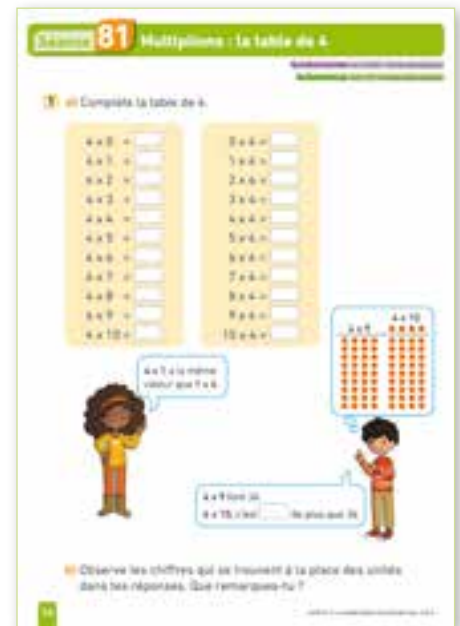
Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Sur un carré	20 min	Collectif
2 Étude de la page 14 du fichier 2	20 min	En binôme puis collectif
3 Pratique autonome	20 min	Individuel
Fichier 2 : p. 14 Fichier photocopiable : pp. 144-147 Annexe : 8-5 « Carré à compléter »	Matériel pédagogique : 20 jetons magnétiques, 40 jetons par binôme	
Vocabulaire : table de 4		

1 Sur un carré

Dessinez au tableau le **carré à compléter de l'annexe 8-5** et distribuez-en une copie à chaque élève. Demandez-leur ensuite de compter de 0 à 40 et écrivez chaque nombre, au fur et à mesure, à côté d'un sommet tout en tournant autour du carré. Commencez à compter en chœur avec la classe pour montrer comment procéder puis lorsqu'ils ont compris, laissez les élèves terminer. Veillez à ce que tous tournent dans le même sens (précisez le sens souhaité dès le départ). Pointez le sommet où se trouve le nombre 0, lisez les nombres à voix haute (0, 4, 8, 12, etc.) et demandez « Que peut-on dire des nombres qui se trouvent à côté de ce sommet ? » puis « Pourquoi ? » Écoutez et commentez les réponses des élèves, puis expliquez que pour passer d'un nombre à l'autre, vous avez compté de 4 en 4 à partir de 0 : vous avez ainsi obtenu les résultats de la table de 4. Demandez : « Quels nombres obtient-on au sommet suivant ? » (Les nombres qui sont des résultats de la table de $4 + 1$: 1, 5, 9 etc.), « Et au sommet suivant ? » (Les nombres qui sont des résultats de la table de $4 + 2$), « Et au dernier sommet ? » (Les nombres qui sont des résultats de la table de $4 + 3$). Rappelez aux élèves l'activité de la séance 78 sur le triangle puis demandez : « Si l'on voulait compter de 5 en 5 de la même façon, combien de sommets devrait avoir la figure à utiliser ? Quelle figure utiliserait-on pour compter de 5 en 5 ? » Les élèves ne connaissent peut-être pas le mot « pentagone », mais ils peuvent dire « une figure à cinq côtés ». N'hésitez pas à citer le mot « pentagone » en expliquant son étymologie (*penta* : cinq ; *gone* : côté). Tracez un pentagone au tableau et comptez avec la classe de 0 à 50 tout en écrivant, au fur et à mesure, les nombres à côté des sommets, puis dites : « Au sommet où se trouve 0, vous avez les résultats de la table de 5 ». Si cette dernière partie vous semble trop longue pour cette séance, prévoyez de la faire en activité optionnelle ou en révision de la table de 5.

2 Étude de la page 14 du fichier 2

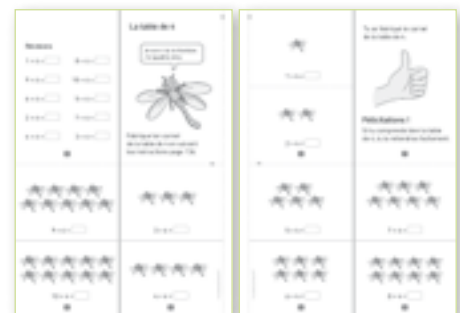
Organisez la classe en binômes et distribuez à chacun **40 jetons**. Placez au tableau **20 jetons magnétiques** dans le désordre. Comptez-les avec la classe : 1, 2, ..., 20, puis rangez-les en 4 lignes de 5 jetons et demandez quelle multiplication est représentée (4×5). Demandez : « Combien font 4×5 ? » et dites « $4 \times 5 = 20$, puisque les 20 jetons ont été utilisés ». Organisez alors ces mêmes jetons en 5 lignes de 4 et procédez de la même façon : on retrouve $5 \times 4 = 20$. Ajoutez une ligne de jetons en disant : « J'ajoute 4 jetons supplémentaires. » Demandez quelle multiplication est ainsi représentée (c'est 6×4). Dites : « 6×4 , c'est donc 4 de plus que 5×4 . » Demandez aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 14** et projetez la page au tableau. Remplissez la table en commençant par les résultats que les élèves connaissent : 4×5 et 5×4 viennent d'être calculés, ainsi que 6×4 et 4×6 , qui a la même valeur que 6×4 . Demandez aux élèves de poursuivre et d'utiliser leurs **jetons** pour construire toute la table de 4. Insistez sur le fait qu'on passe d'une ligne à la suivante en ajoutant 4 jetons, et qu'on passe d'une ligne à la précédente en retranchant 4. Comme pour les tables déjà étudiées, cette propriété permet de retrouver un résultat oublié à partir d'une valeur connue. Lisez le phylactère d'Adèle et rappelez que sa remarque est valable pour tous les nombres. Faites compléter le phylactère d'Ildris et soulignez que sa remarque peut aussi se lire en sens inverse : « 4×9 , c'est 4 de moins que 4×10 ». Pour la **question b)**, laissez un temps d'observation puis faites remarquer que les chiffres des unités sont pairs. Les élèves pourront même se rendre compte que ces chiffres des unités forment une suite : 0, 4, 8, 2, 6, 0, 4, 8, 2, 6...



3 Pratique autonome

Faites travailler les élèves individuellement sur les **pages 144 et 145 du fichier photocopiable**. L'**exercice 1** insiste sur la commutativité de la multiplication. Pour illustrer de façon naturelle cette propriété, proposez aux élèves de poser des **jetons** sur une **feuille** pour représenter la même disposition que les étoiles de gauche de l'**exercice 1 a)**. En tournant la feuille d'un quart de tour, ils feront ainsi apparaître la disposition de droite. L'**exercice 2** revient sur les relations entre les deux lignes consécutives de la table de 4. Proposez aux élèves qui en ont besoin de reproduire les schémas avec des **jetons**, et de rajouter ou de retrancher 4 jetons pour visualiser cette relation.

Table de 4



La fabrication du petit livret de la table de multiplication par 4, **pages 146 et 147 du fichier photocopiable**, peut se faire en dehors de la séance de mathématiques. Quand les élèves auront construit leur table, laissez-les jouer régulièrement avec, seul ou à deux, chacun interrogeant l'autre, ou encore vérifier les résultats de leurs calculs. Plus les élèves l'utiliseront, mieux ils en retiendront les résultats.

Différenciation

Soutien : Les élèves qui ont du mal avec la table de 4 peuvent reprendre sa construction en dessinant des objets ou des formes, en écrivant à côté la multiplication correspondante, tout en disant : 4 fois 1 rond = 4 ronds, 4 fois 2 ronds = 8 ronds, etc.

Approfondissement : Faites poursuivre la table de 4 en faisant calculer 4×11 , 11×4 , 4×12 , etc.

Synthèse de la séance

- Je sais construire la table de 4.
- Je sais retrouver un résultat que je ne connais pas à partir d'un résultat que je connais.

Objectifs Utiliser la table de 4 pour diviser par 4.

Compétence du programme 2016 : Mémoriser des faits numériques.

Calcul mental

Représenter différemment

Enrichissez l'activité de la séance 56 en faisant écrire un nombre de plusieurs façons sous forme additive ($357 = 300 + 57 = 340 + 17 = 339 + 18...$) et soustractive ($357 = 360 - 3 = 361 - 4 = 460 - 103...$). Encouragez les représentations variées : dessin, bande numérique, tableau des centaines, dizaines et unités...

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Groupement et partage	20 min	Collectif
2 Étude des pages 15 et 16 du fichier 2	30 min	Collectif puis individuel
3 Pratique autonome	10 min	Individuel
Fichier 2 : pp. 15-16 Fichier photocopiable : pp. 148-149	Matériel pédagogique : 20 crayons, jetons magnétiques, 12 livres identiques, cubes multidirectionnels	

Note : Projetez, affichez ou écrivez au tableau la **table de multiplication par 4** de la page 14 du fichier 2.

1 Groupement et partage

Faites venir sept volontaires au tableau. Donnez **20 crayons** à l'un d'eux et expliquez : « Votre camarade doit donner 4 crayons à chaque élève au tableau, jusqu'à ce qu'il ne lui en reste plus. Combien d'enfants vont recevoir des crayons ? » Écoutez les réponses et dites « Nous allons vérifier » puis faites procéder à la distribution tout en faisant compter la classe à l'unisson : « 4 (crayons distribués), 8, 12, 16, 20 ». Lorsqu'arrive le tour du sixième élève, insistez sur le fait qu'il ne reçoit rien : « Tout a été distribué ! Cinq enfants seulement ont reçu des crayons. » Faites le lien entre les réponses proposées avant l'exercice puis écrivez la multiplication $5 \times 4 = 20$ et la division $20 \div 4 = 5$. Demandez « Combien aurait-il fallu de crayons pour que le sixième élève en reçoive lui aussi ? » Faites ensuite venir cinq volontaires au tableau. Donnez **12 crayons** à l'un d'eux et demandez-lui de les répartir équitablement entre ses quatre camarades. Avant qu'il ne le fasse, demandez à la classe « Comment peut-on savoir combien de crayons chacun va recevoir ? » La distribution effectuée, demandez, en montrant les quatre enfants qui ont reçu des crayons : « Quelle multiplication nous permet de connaître le nombre total de crayons ? » ($4 \times 3 = 12$), et faites le lien avec la division $12 \div 4 = 3$. Recommencez avec d'autres volontaires et d'autres nombres de crayons multiples de 4. Insistez sur le fait que, quand on veut diviser un nombre par 4, on peut trouver le résultat dans la table de 4. Vous valorisez ainsi le fait de bien connaître la table de 4 : elle permet en effet de faire les multiplications mais aussi les divisions. Terminez en demandant à la classe comment faire pour partager équitablement 9 crayons entre quatre enfants. Discutez : certains diront peut-être que ce n'est pas possible, d'autres qu'il faut couper un crayon en quatre. Dites que l'on ne peut pas partager équitablement 9 crayons entre deux enfants si l'on ne veut pas couper de crayon et faites remarquer que 9 n'est pas un résultat de la table de 4. Faites le même partage avec des **feuilles de papier** : coupez une feuille en quatre pour

que chaque enfant reçoive deux feuilles et un quart de feuille. Ne dites pas que l'on ne peut pas diviser 9 par 4, ce qui serait mathématiquement faux puisque 9 divisé par 4 vaut 2,25, c'est-à-dire 2 et $\frac{1}{4}$.

2 Étude des pages 15 et 16 du fichier 2

Donnez 12 livres identiques à un volontaire et demandez-lui de les disposer en 4 piles égales. Que ces livres soient identiques n'a pas de valeur mathématique en soi, mais facilitera la compréhension de certains élèves, qui seront troublés par exemple par le fait que chaque pile n'aura pas la même hauteur ou que certains livres seront plus grands que d'autres. Demandez à la classe : « Combien de livres avons-nous en tout ? Combien y a-t-il de livres dans chaque pile ? » puis « Quelle opération nous permet de représenter ce que nous avons fait ? » Dites aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 15** et projetez la page au tableau. Observez le haut de l'encadré et lisez le phylactère de Maël. Lisez ce qui est écrit sous l'image, puis le phylactère d'Adèle et demandez : « Que fait Adèle ? » (Pour connaître le résultat de la division $12 \div 4$, Adèle utilise la table de 4.) Soulignez le lien entre division et multiplication en disant : « 4 groupes de 3 font 12, donc 12 divisé par 4 égale 3. » Pour le bas de l'encadré, représentez la situation avec des **jetons magnétiques** (3 groupes de 4). Procédez comme pour le haut et concluez en disant : « 3 groupes de 4 font 12, donc 12 divisé par 4 égale 3. » Faites compléter individuellement les **exercices de la page 16**. Notez que dans l'**exercice 1** la multiplication vient avant la division qui s'en déduit, les élèves pouvant par ailleurs s'aider de l'illustration, alors que dans l'**exercice 2**, la multiplication intervient dans un second temps, en justification.

3 Pratique autonome

Faites travailler les élèves individuellement sur les **exercices des pages 148 et 149 du fichier photocopiable**. Ceux qui en ont besoin peuvent utiliser la **table de multiplication par 4** ; encouragez ceux qui le peuvent à s'en passer. Notez la petite difficulté rajoutée dans l'**exercice 2** : il y a 9 cintres pour 8 T-shirts, le cintre « 2 » ne sera relié à rien. Proposez des stratégies aux élèves pour qui l'exercice est difficile : incitez-les à commencer par les divisions « faciles » ($40 \div 4$) et à utiliser la multiplication par 4 (Quel nombre divisé par 4 va me donner 3 ? C'est le nombre 3×4 .)

Différenciation

Soutien : Proposez à ceux qui ont du mal à diviser ou qui utilisent « mécaniquement » la table de 4 sans comprendre le sens de la division, d'utiliser des objets (**cubes, jetons**) à l'aide desquels ils concrétiseront l'opération demandée.

Approfondissement : Proposez d'effectuer des divisions telles que $80 \div 4$ (8 dizaines $\div 4 = 2$ dizaines) ou $400 \div 4$ (4 centaines $\div 4 = 1$ centaine).

Activité optionnelle	Synthèse de la séance
<p>Jeu de division</p> <p>Les élèves jouent en binôme. Un élève pose une question sur la table de 4 à son camarade, par exemple : « Combien vaut $24 \div 4$? » et celui-ci répond en s'aidant (s'il le souhaite) de la table de 4, de cubes, de jetons... Les élèves permutent les rôles. Chaque réponse juste fait gagner un point ; le premier qui obtient cinq points gagne.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Je sais faire le lien entre la multiplication par 4 et la division par 4. Je sais utiliser la table de 4 pour diviser par 4.



Objectifs Découvrir une nouvelle sorte de famille de nombres.

Compétence du programme 2016 : Étudier les liens entre multiplication et division.

Calcul mental

Centaines et dizaines

Demandez de décomposer sous forme de centaines et de dizaines des nombres à trois chiffres se terminant par 0. Faites varier les décompositions : $670 = 6c + 7d = 600 + 70$ mais aussi $5c + 17d$ ou $500 + 170$, etc.

Ces différentes écritures aideront les élèves dans la technique opératoire de la soustraction.

Liens entre les opérations

Au CP, les élèves ont découvert les familles additives telles que (2, 4, 6) dans lesquelles on peut écrire des additions et les soustractions inverses.

$$2 + 4 = 6 \text{ et } 6 - 4 = 2$$

$$4 + 2 = 6 \text{ et } 6 - 2 = 4$$

L'étude de ces familles a aidé les élèves à prendre conscience du caractère réciproque des deux opérations addition / soustraction.

Au CE1, les élèves découvrent les familles multiplicatives telles que (2, 4, 8) dans lesquelles on peut écrire des multiplications et les divisions inverses.

$$2 \times 4 = 8 \text{ et } 8 \div 4 = 2$$

$$4 \times 2 = 8 \text{ et } 8 \div 2 = 4$$

L'étude de ces familles les aide à prendre conscience du caractère réciproque des deux opérations multiplication / division.

La compréhension des liens entre les opérations est fondamentale en mathématiques, et plus tard, les élèves apprendront que :

1) toute soustraction s'interprète comme étant une addition puisque retrancher un nombre, c'est ajouter son opposé : $5 - 3 = 5 + (-3)$;

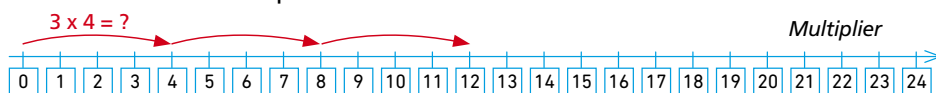
2) toute division s'interprète comme étant une multiplication puisque diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse : $8 \div 2 = 8 \times \frac{1}{2}$.

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

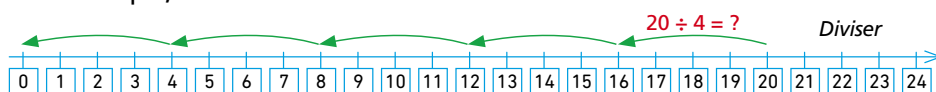
Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Multiplier et diviser sur la bande numérique	20 min	Collectif puis en binôme
2 Étude de la page 17 du fichier 2	20 min	En binôme puis individuel
3 Pratique autonome	20 min	Individuel
Fichier 2 : p. 17 Fichier photocopiable : pp. 150-152 Annexe : 8-6 « Bande numérique de 0 à 24 »		Matériel pédagogique : jetons magnétiques, 24 jetons par binôme
Vocabulaire : famille de nombres		

1 Multiplier et diviser sur la bande numérique

Distribuez à chaque élève une bande numérique complète de 0 à 24 (annexe 8-6). Dessinez-en une au tableau. Placez 3 groupes de 4 jetons magnétiques au tableau et demandez : « Comment obtenir le nombre de jetons grâce à cette bande numérique ? » Laissez un temps de réflexion aux élèves, écoutez et commentez les réponses puis montrez au tableau comment procéder en traçant des flèches arquées au-dessus de la bande numérique.



Dites, au fur et à mesure que vous tracez ces flèches : « 1 groupe de 4, 2 groupes de 4, ... » puis « Nous avons 12 jetons. » Interrogez : « Quelle opération nous permet de compter le nombre total de jetons ? » (Une multiplication : $3 \times 4 = 12$.) Comptez 20 jetons magnétiques avec la classe et placez-les de façon désordonnée au tableau. Dites : « Nous avons utilisé une bande numérique pour multiplier et maintenant, nous allons l'utiliser pour diviser. Nous allons calculer $20 \div 4$ » Prenez 4 jetons parmi les 20 jetons au tableau, et groupez-les à part. Dites en même temps « 1 groupe de 4 » et tracez une flèche arquée sur votre bande numérique, allant de 20 à 16.



Demandez aux élèves d'en faire autant sur leur bande numérique. Recommencez avec 4 autres jetons, et dites : « 2 groupes de 4 ». Procédez ainsi jusqu'à épuisement des jetons après avoir compté 5 groupes de 4. Demandez alors aux élèves combien font $20 \div 4$ et insistez en disant « 20, c'est 5 groupes de 4, donc $20 \div 4 = 5$ ». Constituez des binômes et donnez 16 jetons à chacun d'eux. Demandez de diviser 15 par 3 : les élèves prennent 15 jetons, un élève du binôme les place au fur et à mesure par groupes de 3, tandis que l'autre trace les flèches sur la bande

numérique. Recommencez avec $16 \div 4$, en inversant les rôles. Observez les élèves et assurez-vous qu'ils ne tracent pas les flèches « mécaniquement ». Ils doivent comprendre qu'ils comptent des groupes dont le nombre total leur donne le résultat de la division. Cela leur permet de prendre conscience de la réciprocité des opérations de multiplication et de division.

2 Étude de la page 17 du fichier 2

Donnez à chaque binôme **24 jetons**. Demandez aux élèves de les répartir en 6 groupes égaux. Faites compter le nombre de jetons obtenus dans chaque groupe et demandez : « Quelle opération avez-vous représentée ? » ($24 \div 6 = 4$), puis « Quelle opération nous permet de retrouver le nombre total de jetons ? » (6×4 , puisque nous avons 6 groupes de 4 jetons). Faites remettre les jetons en désordre, puis procédez de la même façon en demandant cette fois de les répartir en 4 groupes égaux. Dites aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 17**. Projetez la page au tableau. Lisez le phylactère de Maël puis celui d'Alice. Rappelez, si nécessaire, la notion de familles de nombres, vue au CP. Faites remarquer que ces familles vivent sous le même toit, dans la même maison. Observez la maison et lisez à voix haute les opérations ligne par ligne afin de bien souligner que la division « défait ce que la multiplication a fait » : 6 multiplié par 4 donne 24, qui, divisé par 4 redonne 6. Montrez les déplacements correspondants sur la bande numérique au tableau. Faites compléter individuellement l'**exercice 1** : les élèves peuvent utiliser des **jetons** ou leur **bande numérique**. Guidez-les dans l'**exercice 2** : si 12 est le plus grand nombre, les deux autres sont obligatoirement plus petits et leur produit vaut 12.

3 Pratique autonome

Faites travailler les élèves individuellement sur les **pages 150 à 152 du fichier photocopiable**. Pour l'**exercice 1**, demandez-leur de compléter toutes les opérations sur une même ligne, afin qu'ils voient bien la division réciproque pour chaque multiplication. Encouragez-les à se passer petit à petit du support concret de la bande numérique ou des jetons. Le petit **d)** de l'**exercice 1** ne comporte qu'une seule multiplication et une seule division car les deux plus petits nombres de la famille sont identiques. Les **exercices 2 et 3** permettent de réviser les tables de 2, 3, 5 et 10, tout en proposant, grâce au tableau des centaines, une approche systématique des multiplications, qui deviendra un outil de visualisation de plus en plus utile et structurant, en particulier au CE2.

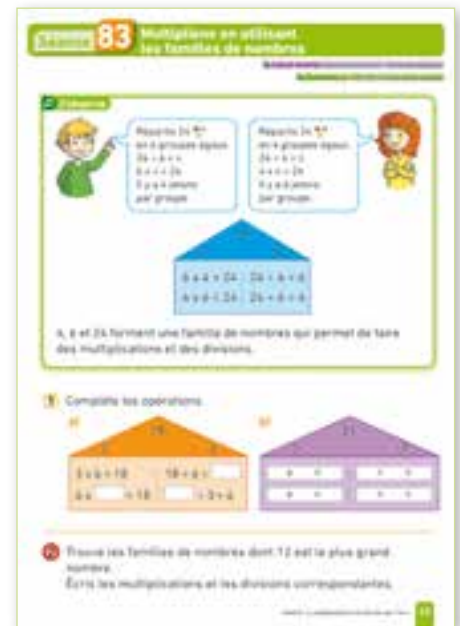
Différenciation

Soutien : Les élèves qui en ont besoin peuvent continuer à utiliser des **jetons** et une **bande numérique** pour multiplier et diviser.

Approfondissement : Faites chercher toutes les familles de nombres dont 24 est le plus grand nombre.

Synthèse de la séance

- Je sais écrire des multiplications et des divisions à partir d'une famille de nombres.
- Je peux écrire deux multiplications et deux divisions si les deux plus petits nombres de la famille sont différents.
- Je peux écrire une multiplication et une division si les deux plus petits nombres de la famille sont égaux.



Objectifs Renforcer la compréhension de la multiplication à travers des problèmes variés.

Compétence du programme 2016 : Réaliser que certains problèmes relèvent de situations multiplicatives.

Calcul mental

Que faut-il soustraire ?

Demandez ce qu'il faut soustraire d'un nombre donné pour obtenir la centaine inférieure. Commencez par des nombres se terminant par 0 : « Que soustraire de 260 pour obtenir 200 ? » puis : « Que soustraire de 267 pour obtenir 200 ? » Vous pouvez aussi demander : « Que soustraire de 754 pour obtenir 600 ? »

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Devinettes sur la table de 3	15 min	Collectif
2 Étude de la page 18 du fichier 2	30 min	Collectif puis individuel
3 Pratique autonome	15 min	Individuel
Fichier 2 : p. 18 Fichier photocopiable : pp. 153-154	Matériel pédagogique : jetons, cubes, table de 3	

1 Devinettes sur la table de 3

Parmi les tables que les élèves ont apprises jusqu'ici, la table de 3 est sans doute la plus difficile à retenir. Les élèves ont vu en séance 78 (« Multiplions : la table de 3 ») que les chiffres des unités des résultats de la table de 3 pouvaient valoir de 0 à 9, ce qui n'est pas le cas dans les tables de 2, 4, 5 et 10. Appuyez-vous sur ce fait pour faire un jeu de devinettes qui pourra contribuer à la mémorisation de la table de 3. Dans un premier temps, affichez la **table de 3** en grand au tableau. Posez une première devinette : « Quel résultat de la table de 3 a 5 pour chiffre des unités ? » Les élèves doivent écrire « 15 » sur leur ardoise. Puis demandez : « 15, c'est combien de fois 3 ? » ou « 15, c'est 3 fois combien ? » Les élèves écrivent 5×3 ou 3×5 sur leur ardoise. Recommencez avec différents chiffres, sans oublier d'inclure 0, qui est le chiffre des unités des résultats 0 et 30 dans la table de 3. Quand vous voyez que les élèves sont prêts, variez un peu les questions en demandant par exemple « 25 est-il un résultat de la table de 3 ? » ou « Quels résultats de la table de 3 ont 1 pour chiffre des dizaines ? » La recherche des réponses demandera aux élèves de « naviguer » dans la table de 3 et cette petite gymnastique mentale et visuelle les aidera à retenir les faits numériques associés. Vous pouvez reprendre le jeu en enlevant la table de 3 que vous aviez affichée, mais en autorisant les élèves qui en ont besoin à utiliser celle de la **page 9** de leur **fichier 2**.

2 Étude de la page 18 du fichier 2

Demandez aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 18** et projetez la page au tableau. Aidez-les à mettre en pratique leur compréhension de la multiplication à travers vos questions (voir unité 5, séance 64 de ce guide) : « De quoi parle-t-on ? Que sait-on sur ces objets ? Que cherche-t-on à savoir ? » Notez la progression des problèmes proposés dans cette page. Les illustrations (quand il y en a) ne montrent ici qu'une partie des données. Dans l'**exercice 1**, une seule chaîne est représentée afin d'inciter les élèves à se représenter mentalement les deux

autres, et à utiliser directement une multiplication (ou une addition itérée) pour compter. Il en est de même dans l'exercice 2 où un seul livre est dessiné. Dans chacun des problèmes, demandez aux élèves : « Combien avons-nous de groupes égaux ? » puis « Quelle opération peut-on faire pour obtenir la réponse ? » L'exercice 4 est l'occasion, à travers ce jeu d'invention, de voir une nouvelle fois qu'une même multiplication est la traduction mathématique de plusieurs histoires différentes : c'est une abstraction qui traduit en fait une infinité d'histoires. Pour motiver les élèves, vous pouvez organiser un concours d'énoncés entre différentes équipes.

3 Pratique autonome

Faites travailler les élèves individuellement sur les problèmes du fichier photocopiable pages 153 et 154. Les problèmes sont variés et certains (problèmes 1, 5 et 7) proposent des illustrations sur lesquelles les élèves peuvent s'appuyer pour répondre. Dans chaque problème, assurez-vous que les élèves identifient bien le nombre de groupes égaux et la taille de chaque groupe pour écrire la multiplication correcte, et qu'ils n'écrivent pas « mécaniquement » une multiplication utilisant les données de l'énoncé, sans comprendre. Vous pouvez utiliser les énoncés qui s'y prêtent en inversant les données. Par exemple, dans le problème 7, il y a 4 groupes de 2, et la multiplication à compléter est 4×2 ; s'il faut 4 m de tissu pour faire un sac et que l'on calcule combien de mètres il faut pour faire 2 sacs, il y a cette fois 2 groupes de 4, et la multiplication correspondante est alors 2×4 .



Différenciation

Soutien : Proposez aux élèves en difficulté de représenter les énoncés de problèmes par des dessins ou à l'aide d'objets (jetons, cubes...).

Approfondissement : Reprenez les énoncés de problèmes déjà résolus, en changeant les valeurs numériques. Par exemple dans le problème 3 page 18 du fichier 2, remplacez 7 par 70 ou 3 par 30.

Synthèse de la séance

- Je sais utiliser la multiplication pour résoudre des problèmes.
- Je sais identifier le nombre de groupes égaux et la taille de chaque groupe.

Objectifs Renforcer la compréhension de la division à travers des problèmes variés.

Compétence du programme 2016 : Réaliser que certains problèmes relèvent de situations de partages ou de groupements.

Calcul mental

Additionner les dizaines

Proposez aux élèves des additions ne nécessitant que l'ajout de dizaines. Donnez d'abord des calculs sans retenue ($20 + 37$, $58 + 30$, etc.) puis avec retenue ($50 + 61$, $83 + 60$, etc.).

Si les élèves sont prêts, proposez des calculs tels que $346 + 30$ ou des calculs dans lesquels on peut ajouter dizaines et unités séparément ($22 + 35$).

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Jeu de division	20 min	Collectif
2 Étude de la page 19 du fichier 2	20 min	Collectif puis individuel
3 Pratique autonome	20 min	Individuel
Fichier 2 : p. 19 Fichier photocopiable : pp. 155-156	Matériel pédagogique : table de 3, table de 4, cubes, jetons	

Note : N'affichez pas les tables de multiplication par 3 et 4 lors du jeu de division, mais seulement ensuite, bien visibles par les élèves. Si l'un des objectifs de la résolution de problèmes est l'apprentissage des tables à travers la pratique de la division, il ne faut pas que l'approfondissement de la compréhension du sens de l'opération soit entravé par des blocages sur les calculs.

1 Jeu de division

Donnez aux élèves qui en ont besoin **une table de 3** et **une table de 4**. Les élèves qui ont déjà bien mémorisé ces tables jouent sans. Chaque élève prend son ardoise et un feutre. Dites un nombre compris entre 0 et 30, par exemple 28, et demandez : « Est-il dans la table de 3 ou la table de 4 ? » Les élèves répondent sur leur ardoise. Questionnez ceux qui répondent « ni l'un ni l'autre » : « Es-tu sûr ? Pense à la table de 4. » Dites ensuite : « 28 est dans la table de 4 ; 28, c'est combien de fois 4 ? » Là encore, les élèves écrivent la réponse sur leur ardoise. Demandez enfin : « Que vaut $28 \div 4$? » Les deux dernières questions, posées l'une à la suite de l'autre, aideront les élèves à automatiser le fait que, calculer $28 \div 4$, c'est répondre à la question « 28, c'est combien de fois 4 ? » Recommencez avec différents nombres de la table de 3 ou de 4. Les nombres 0, 12 et 24 sont particuliers car ce sont des résultats des deux tables à la fois : n'hésitez pas à les donner ! Prenez également de temps en temps un nombre qui n'est dans aucune des deux tables, par exemple 25.

2 Étude de la page 19 du fichier 2

Demandez aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 19**. Les problèmes posés ici fournissent une bonne occasion de revoir que la multiplication et la division sont des opérations réciproques. Soulignez l'importance du lien qui les unit : les faits multiplicatifs des tables de 3 et de 4 permettent d'obtenir et de vérifier les résultats des divisions qui sont effectuées pour résoudre les problèmes. Continuez à développer chez vos élèves le sens du nombre et le souci de vérification. Par exemple, dans le **problème 1**, lorsque l'on divise 36 par 4, le résultat doit être

plus petit que 36. Assurez-vous que, dans chaque problème, les élèves ne se contentent pas de diviser sans réfléchir, simplement parce que le titre de la séance leur indique que les problèmes posés traitent de division, mais que, pour chaque énoncé, ils identifient que c'est bien à l'aide d'une division que l'on obtient la réponse. Pour cela, posez des questions telles que « Combien d'objets (d'euros ou de mètres) a-t-on en tout ? » et « Que fait-on avec ces objets (euros ou mètres) ? » Amenez les élèves à exprimer que l'on doit effectuer un partage. Dans les **problèmes 1 et 4**, on connaît la taille d'une part et on cherche le nombre de parts (division-groupement) ; dans les **problèmes 2 et 3**, on connaît le nombre de parts et on cherche la taille d'une part (division-partage). Vous pouvez choisir un problème à traiter avec la classe en résolution guidée, puis faire résoudre les autres individuellement. Comme dans la séance précédente, l'**exercice 5** est important pour que les élèves prennent conscience qu'une même division est la traduction mathématique de plusieurs histoires différentes : c'est une abstraction qui traduit en fait une infinité d'histoires. Pour motiver les élèves, vous pouvez organiser un concours d'énoncés entre différentes équipes.

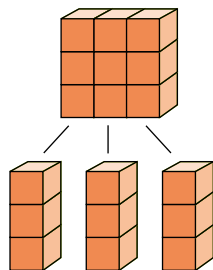


3 Pratique autonome

Faites travailler les élèves individuellement sur les **pages 155 et 156 du fichier photocopiable**. Les problèmes sont variés et incitent les élèves à se passer des illustrations (seul l'**exercice 3** est accompagné d'un dessin pouvant aider). Dans chacun d'eux, assurez-vous que les élèves identifient bien la situation de partage ou de groupement qui intervient. Dites à ceux qui en ont besoin d'écrire sur leur fichier la multiplication qui leur permet d'effectuer la division correspondante ; ceux qui le peuvent divisent directement. Dans l'**exercice 5**, les élèves doivent transformer eux-mêmes une partie de l'énoncé en donnée chiffrée : Louis, Sami et Paul sont 3 garçons. Pensez, le cas échéant, à poser la question intermédiaire : « Combien y a-t-il de garçons en tout ? »

Différenciation

Soutien : Proposez aux élèves en difficulté de prendre des **cubes**, des **jetons** ou d'autres objets pour représenter l'énoncé et procéder concrètement à la division. Les cubes permettent de particulièrement bien visualiser les groupes qui sont divisés :



Approfondissement : Modifiez les valeurs numériques d'énoncés de problèmes déjà résolus. Par exemple, dans le **problème 1 page 19 du fichier 2**, remplacez 36 par un nombre plus grand que 40. Commencez par 44, puis augmentez la difficulté avec 48, 52 ou 60...

Synthèse de la séance

- Je sais utiliser la division pour résoudre des problèmes.
- Je sais reconnaître des situations de partage et de groupement.
- Je sais vérifier le résultat de ma division avec la multiplication correspondante.

Objectifs Savoir choisir dans un problème s'il faut multiplier ou diviser.

Compétence du programme 2016 : Réaliser que des problèmes relèvent de situations multiplicatives, de partages ou de groupements.

Calcul mental

Grouper par 2

Faites travailler les élèves sur la valeur de groupement de la division : « J'ai 12 stylos, je les groupe 2 par 2. Combien y a-t-il de groupes ? »

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Étapes de la séance	Durée	Modalité
1 Différents sauts	20 min	Collectif
2 Étude de la page 20 du fichier 2	20 min	Collectif puis individuel
3 Pratique autonome	20 min	Individuel
Fichier 2 : p. 20 Fichier photocopiable : pp. 157-158	Matériel pédagogique : cubes, jetons, table de 3, table de 4	

Note : Affichez les **tables de multiplication par 3 et 4**, bien visibles par les élèves. Dans cette séance, les élèves se concentrent sur le sens des opérations. La mémorisation des tables se fait au fur et à mesure de la pratique.

1 Différents sauts

Tracez au sol deux bandes numériques parallèles allant de 0 à 20. Faites venir deux volontaires et demandez-leur de se placer chacun sur une case « 0 ». Expliquez que l'élève 1 va faire des sauts de 3 cases sur sa bande numérique, tandis que l'élève 2 fera des sauts de 4 cases sur la sienne. Annoncez qu'ils devront sauter jusqu'à arriver sur la case « 12 ». Les autres élèves se placent autour et observent attentivement. Avant de démarrer, demandez : « À votre avis, qui va arriver le plus vite à 12 ? », « Pourquoi ? » (L'élève 2, car il fait des sauts plus grands : il aura besoin de faire moins de sauts.) Dites : « Attention » puis tapez dans les mains avec la classe en disant « 1 saut ». Les deux élèves sautent et leurs camarades valident leur saut. Recommencez avec 2 sauts puis 3 sauts. L'élève 2 est arrivé sur la case « 12 », et il faut un quatrième saut pour que l'élève 1 y parvienne à son tour. Faites observer : « Ce résultat est-il conforme aux prévisions ? » Demandez ce que valent $12 \div 3$ et $12 \div 4$ et faites le lien avec le nombre de sauts sur la bande numérique : $12 \div 3 = 4$ car l'élève 1 qui faisait des sauts de 3 cases a dû en faire 4 pour arriver à 12 ; de même, $12 \div 4 = 3$. Recommencez – afin de réviser les tables de 2 et 5 – avec deux autres élèves à qui vous faites faire des sauts de 2 ou 5 cases pour arriver à 20. Si nécessaire, tracez au sol, à chaque fois, les sauts effectués, afin d'en conserver la trace écrite. Cette activité permet une première approche de la propriété suivante de la division : le dividende étant fixé, plus le diviseur est grand, plus le quotient est petit. Les élèves de CE1 ne formulent évidemment pas la propriété sous cette forme, mais ils peuvent tout à fait la comprendre concrètement.



2 Étude de la page 20 du fichier 2

Demandez aux élèves d'ouvrir leur **fichier 2 page 20** et projetez la page au tableau. Les élèves ont déjà traité de nombreux problèmes de multiplications et de divisions dans cette unité ainsi que dans l'**unité 5**. Ils devraient donc avoir développé une bonne habileté en résolution de problèmes. Vous pouvez directement les laisser résoudre ceux posés dans cette page ou si vous le jugez nécessaire, en résoudre d'abord un collectivement. Notez bien que dans chaque problème, l'élève peut écrire une multiplication ou une division : les deux réponses sont acceptables, à condition que l'élève sache trouver la bonne réponse à partir de l'opération qu'il écrit. Le **problème 2** par exemple peut se résoudre en écrivant la division $20 \div 4 = 5$, qui permet de répondre que « 5 enfants ont reçu des livres », mais un élève pourra tout aussi bien écrire la multiplication $5 \times 4 = 20$, qui permet de savoir que 5 groupes de 4 font 20 et d'arriver à la même conclusion. Cet exemple montre que l'écriture de l'opération et de la réponse ne doit pas découler d'automatismes vides de sens, mais que l'élève doit pouvoir expliciter oralement l'information que lui apporte l'opération qu'il écrit et comment il peut en déduire la réponse au problème posé.

3 Pratique autonome

Faites travailler les élèves individuellement sur les problèmes des **pages 157 et 158 du fichier photocopiable**. Les deux pages comportent des problèmes variés à résoudre sans l'aide concrète de dessins. Assurez-vous que les élèves réfléchissent au choix de l'opération en identifiant une situation connue (groupes égaux, partage ou groupement) puis, une fois l'opération identifiée, qu'ils effectuent le calcul. Comme indiqué précédemment, l'élève n'est pas obligé d'écrire l'opération qui traduit l'énoncé, mais il doit écrire une opération qui lui permet d'obtenir la solution et il doit être capable d'expliquer comment il trouve la solution à partir de l'opération qu'il a choisie. Rappelez que pour calculer une division, on peut chercher le dividende dans la table de multiplication du diviseur. Exemple : pour trouver le résultat de $35 \div 5$, on peut penser à 35 comme résultat de la multiplication 7×5 .

Différenciation

Soutien : Proposez aux élèves en difficulté de faire un dessin ou d'utiliser des **jetons** ou des **cubes** pour représenter concrètement l'énoncé.

Approfondissement : Modifiez les valeurs numériques d'énoncés de problèmes déjà résolus. Par exemple, dans le **problème 2 page 20 du fichier 2**, remplacez 20 par 200 : les élèves devront diviser 20 dizaines par 4.

Synthèse de la séance

- Je sais reconnaître quand je dois multiplier pour résoudre un problème.
- Je sais reconnaître quand je dois diviser pour résoudre un problème.

Faire le point sur ce que les élèves ont appris et compris à la fin de l'unité 8. Proposer trois activités au choix : « Jouons avec les maths », « Explorons » et « Mon journal ».

Fichier 2 p. 21



● Ce que j'ai appris

Les tables de 3 et de 4 sont moins faciles à retenir que celles déjà vues dans l'unité 5, leur acquisition demande plus d'entraînement. Projetez ou affichez la **page 21 du fichier 2** au tableau. Faites observer les unités dans les résultats de la table de 4, puis dans la table de 3. Dans la table de 3, il y a une alternance de résultats pairs et impairs tandis que dans la table de 4, les résultats sont tous pairs : en effet, multiplier un nombre par 4, c'est calculer le double de son double. Cette propriété peut d'ailleurs être utilisée pour retrouver un résultat oublié. Rappelez les autres propriétés qui permettent également de le faire : la commutativité de la multiplication (par exemple, $9 \times 3 = 3 \times 9$) et le fait que l'on peut facilement passer dans une colonne donnée d'une ligne à la suivante ou à la précédente (par exemple, 8×3 , c'est 3 de plus que 7×3 ; 4×7 , c'est 4 de moins que 4×8). Comme cela a été dit dans l'unité 5, saisissez toutes les occasions possibles de faire utiliser ces tables dans des calculs de la vie courante : vous aiderez vos élèves à les mémoriser, et au-delà, à comprendre que les mathématiques servent dans la vie de tous les jours. Observez ensuite la famille de nombres en bas de la page. Relisez les opérations ligne par ligne en insistant sur les relations qu'elles ont entre elles. Quand on multiplie 4 par 8, on obtient un résultat (32) qui, divisé par 8, redonne le nombre 4 : la division « défait » ce que la multiplication a fait.

Jouons avec les maths

Bip !

Lisez attentivement les règles avec la classe pour vous assurer qu'elles sont bien comprises. Jouez un début de partie avec les élèves en guise de démonstration en vous mettant en sixième position. Faites commencer le numéro 1 puis enchaîner les numéros suivants, dites bien au numéro 3 de faire attention, puis quand c'est votre tour, dites « 6 », puis « Je suis éliminé ! » Sortez du rang et faites recommencer le jeu. Si l'on joue assez rapidement, les différents « Bip ! » pour chaque multiple de 3 illustrent le caractère cyclique de la table de multiplication : ici, pour la table de 3, entre deux multiples de 3 consécutifs, il y a deux nombres non multiples de 3. Vous pouvez, bien évidemment, jouer à ce jeu avec toutes les autres tables.

Explorons

Cette activité illustre le caractère réciproque des deux opérations multiplication et division. Multiplier puis diviser (ou inversement) par un même nombre ne change pas le nombre de départ. Vous pouvez utiliser une bande numérique pour illustrer la multiplication 4×3 puis la division $12 \div 3$, comme cela a été fait dans la première activité de la **séance 83**. Les élèves verront ainsi que l'on compte à chaque fois des groupes de 3, et que dans les deux calculs, le nombre de groupes est le même. Seul change le sens de déplacement sur la bande numérique.

Mon journal

Comme dans l'unité 5, les élèves ont fabriqué un petit livret pour les tables étudiées (3 et 4). Laissez-les jouer fréquemment avec, seul ou à plusieurs (chacun interrogeant un camarade) : ces livrets aideront les élèves à mémoriser les tables de façon ludique. De plus, les dessins fournissent des images mentales intéressantes. Par exemple, dans « 7×4 », les 7 libellules sont placées en deux rangées, une de 3 et une de 4. Lorsque les élèves vont écrire ou illustrer dans leur journal ce qu'ils font de leurs livrets, ils indiqueront peut-être qu'il y a des livrets qu'ils aiment moins que d'autres. Il est très probable que ce soit ceux des tables qu'ils ont le plus de mal à mémoriser : cela vous permettra de savoir sur quelle(s) table(s) insister dans vos exercices.